

В.П. Надутый, д-р техн. наук,
В.В. Сухарев, мл. науч. сотр.
(ИГТМ НАН Украины),

В.А. Остапенко, д-р техн. наук (ДГУ)

**РАСЧЕТ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ТОЧКАМИ
ЗАЩЕМЛЕНИЯ ЧАСТИЦЫ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ
В КОНУСНОЙ ВНУТРИВАЛКОВОЙ МЕЛЬНИЦЕ**

Представлено метод розрахунку найкоротшої відстані між точками защемлення частинки гірської маси довільної форми в конусному млині

**CALCULATION OF DISTANCE BETWEEN POINTS OF PINCH
OF A FRAGMENT OF THE ANY FORM
IN A CONICAL GRINDING MILL**

The method of account of shortest distance between points pinch of a particle of rock weight of the any form in conical grinding mill is submitted

Предыдущими исследованиями выполнен анализ модельных представлений разрушения частицы горной породы в камере конусной внутривалковой мельницы [1]. В соответствии с принятой расчетной схемой определено влияние формы частицы на распределение действующих сил с учетом трения и без него, что позволило оценить распределение сил при защемлении измельчаемой частицы [2, 3]. При этом рассматривалась задача с частицами простой геометрической формы, в частности, прямоугольной, круглой и эллиптической. Такая постановка позволила разработать алгоритм и модельное представление процесса начала измельчения частицы. Определение условий защемления частицы указывает на требуемый геометрический размер щели измельчительной конусной камеры мельницы в начале процесса, при загрузке и при разгрузке измельченного продукта требуемой крупности.

Целью настоящей работы является определение расстояния между точками защемления для частицы произвольной геометрической формы, находящейся в конусе камеры между наружной ее обоймой и вращающимся конусным валком мельницы.

В рассматриваемом случае стороны измельчаемой частицы, примыкающие к корпусу камеры и конусу, описываются более сложными уравнениями, и возникает необходимость определить, в каком положении частица вступит в фазу начального защемления и определения кратчайшего расстояния между точками защемления. Расчетная схема контакта частицы с корпусом камеры и конусным валком представлена на рис. 1. Положение частицы рассматривается в начальный момент ее защемления в координатах x, y . В окрестностях точек A и B контуры частицы описываются соответственно уравнениями.

$$f(x, y) = 0; \quad g(x, y) = 0. \quad (1)$$

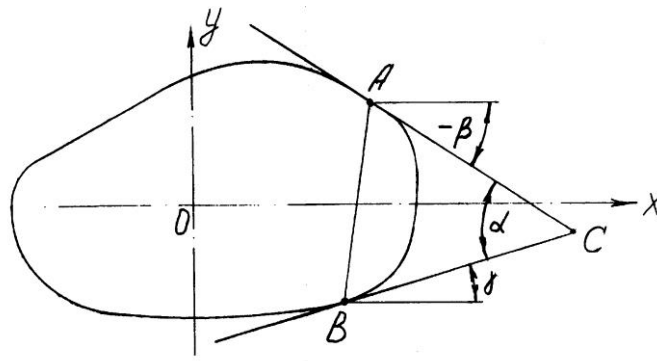


Рис. 1 – Расчетная схема определения параметров контакта частицы с корпусом камеры

Поскольку предполагается, что оба уравнения записываются в общей системе координат xOy , то для кривых в окрестностях точек касания A и B получаем соответственно

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial f(X_A, Y_A)}{\partial x}}{\frac{\partial f(X_A, Y_A)}{\partial y}} - \operatorname{tg} \beta; \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial g(X_B, Y_B)}{\partial x} - \operatorname{tg} \gamma}{\frac{\partial g(X_B, Y_B)}{\partial y}} \quad (2)$$

Точки A и B – единственные точки касательных AC и BC , соответственно, принадлежащие частице, поэтому для этих точек справедливы равенства

$$f(X_A, Y_A) = 0; \quad g(X_B, Y_B) = 0. \quad (3)$$

Из пары уравнений (2) и (3) могут быть определены координаты X_A, Y_A, X_B и Y_B путем подстановки их значений в выражение для квадрата расстояния между точками A и B

$$r^2 = (X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2. \quad (4)$$

Необходимо найти наименьшее значение полученной функции (4) при заданном угле α , но выражение (4) содержит две переменные – $\operatorname{tg} \beta$ и $\operatorname{tg} \gamma$, поэтому, учитывая, что $\alpha = \beta + \gamma$, выразим $\operatorname{tg} \gamma$ через $\operatorname{tg} \beta$ с помощью равенства

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg}(\alpha - \beta) \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} \quad (5)$$

Для удобства вычисления экстремума функции (4) введем преобразование $\operatorname{tg} \beta = z$, тогда эту функцию можно привести к виду

$$r^2 = h(z). \quad (6)$$

Дальнейшие вычисления сводятся к нахождению минимума функции (6) по z , для чего необходимо найти корень z_{min} уравнения

$$\frac{dh(z)}{dz} = 0. \quad (7)$$

В этом случае можно определить углы наклона касательных в точках A и B

$$tg\beta = z_{min}; \quad tg\gamma = \frac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha \cdot tg\beta}. \quad (8)$$

Следует отметить, что решение уравнений (2), (3) и (7) в общем случае можно получить только численными методами.

В качестве примера рассмотрим особенности применения изложенного метода на следующем примере. Пусть в окрестностях точек A и B (рис. 2) контуры частицы описываются квадратичной параболой и параболой четвертой степени

$$\begin{aligned} f(x, y) &= y - b - c(x - a^2) = 0 \\ g(x, y) &= Y - B - C(X - A^2) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

при $b > 0; B > 0; c < 0; C < 0; a > 0; A > 0$. Графики этих парабол представлены на рис. 2.

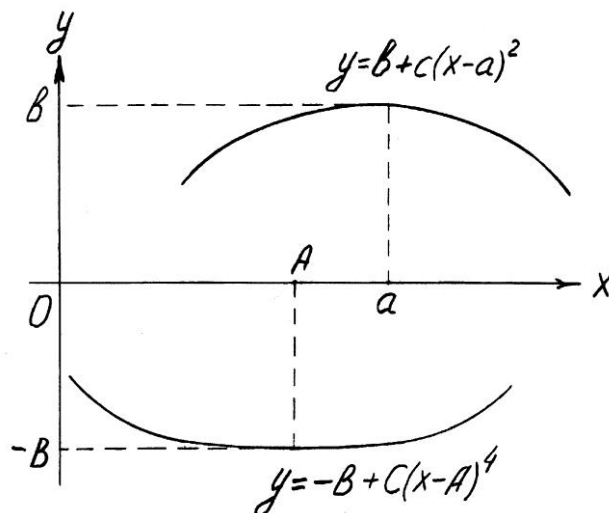


Рис. 2 – Расчетная схема для частицы произвольной формы

Для этих кривых в окрестностях точек A и B получаем в соответствии с (2)

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial f(X_A, Y_A)}{\partial x}}{\frac{\partial f(X_A, Y_A)}{\partial y}} = -\frac{2c(X_A - a)}{h} - \operatorname{tg} \beta; \quad (10)$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial g(X_B, Y_B)}{\partial x}}{\frac{\partial g(X_B, Y_B)}{\partial y}} = -\frac{4C(X_B - A)^3}{B} - \operatorname{tg} \gamma.$$

Из уравнений (10) получаем

$$X_A = \frac{btg \beta}{2c} + a; \quad X_B = \sqrt[3]{\frac{-Btg \gamma}{4C}} + A. \quad (11)$$

Учитывая, что точки A и B – единственные касательных AC и BC и что они принадлежат частице, то поэтому для этих точек справедливы равенства

$$\begin{aligned} f(X_A, Y_A) &= Y_A - b - c(X_A - a)^2 = 0; \\ g(X_B, Y_B) &= Y_B + B - C(X_B - A)^4 = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Из полученного уравнения (12) с учетом (11) следует

$$Y_A = b \left(1 + \frac{tg \beta}{2} \right); \quad Y_B = -B + C \left(-\frac{Btg \gamma}{4C} \right)^{4/3}. \quad (13)$$

Подставив значения X_A, Y_A, X_B и Y_B из (11) и (13) в выражение (4) для квадрата расстояния между точками A и B , получим

$$\begin{aligned} r^2 &= (X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2 = \left(\frac{btg \beta}{2c} + a - \sqrt[3]{\frac{-Btg \gamma}{4C}} - A \right)^2 + \\ &+ \left[b \left(1 + \frac{tg \beta}{2} \right) + B - C \left(-\frac{Btg \gamma}{4C} \right)^{4/3} \right]^2. \end{aligned} \quad (14)$$

По условию задачи необходимо определить наименьшее значение функции (14) при заданном угле α , но в этом выражении две переменные – $tg \beta$ и $tg \gamma$. В данном случае более удобно выразить $tg \beta$ через $tg \gamma$, поэтому, используя ра-

венство (8) для удобства вычисления экстремума функции (14), введем преобразование

$$\operatorname{tg}\gamma = z. \quad (15)$$

Тогда уравнение (14) можно привести к виду

$$r^2 = h(z) = \left(\frac{b}{2c} \cdot \frac{\operatorname{tg}\alpha - z}{1 + z\operatorname{tg}\alpha} + a - \sqrt[3]{-\frac{Bz}{4C}} - A \right)^2 + \left[b \left(1 + \frac{1(\operatorname{tg}\alpha - z)}{2(1 + z\operatorname{tg}\alpha)} \right) + B - C \left(-\frac{Bz}{4C} \right)^{4/3} \right]^2. \quad (16)$$

Теперь необходимо найти минимум функции (16) по z . Для этого нужно найти корень z_{min} уравнения

$$\begin{aligned} \frac{dh(z)}{dz} = & 2 \left(\frac{b \cdot \operatorname{tg}\alpha - z}{2c \cdot (1 + z\operatorname{tg}\alpha)} + a - \sqrt[3]{-\frac{Bz}{4C}} - A \right) \times \\ & \times \left[-\frac{b}{2c} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}{(1 + z\operatorname{tg}\alpha)^2} + \frac{B}{1 \cdot 2c} \left(-\frac{Bz}{4C} \right)^{-2/3} \right] + 2 \times \\ & \times \left[b \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\operatorname{tg}\alpha - z}{1 + z\operatorname{tg}\alpha} \right) + B - C \left(-\frac{Bz}{4C} \right)^{4/3} \right] \times \\ & \times \left(-\frac{b}{2} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}{(1 + z\operatorname{tg}\alpha)^2} + \frac{B}{3} \sqrt[3]{-\frac{Bz}{4C}} \right) = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Судя по виду полученного уравнения, его корень z_{min} может быть найден численно.

Таким образом, полученные уравнения дают возможность вычислять кратчайшее расстояние между точками защемления измельчаемой частицы произвольной формы в конусной внутривалковой мельнице. Этот параметр позволяет (из технологических соображений) определять размер входной и выходной щелей измельчительной камеры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Надутый В.П., Остапенко В.А., Сухарев В.В. Определение влияния формы частицы на распределение сил при измельчении в конусной валковой мельнице / Науковий вісник НГУ. – Дніпропетровськ, 2009. – Вип. 4. – С. 66-68.
2. Надутый В.П., Остапенко В.А., Сухарев В.В. Распределение сил при измельчении частицы горной массы в конусной валковой мельнице с учетом сил трения / Сб. науч. тр. Полт. НТУ. – Полтава, 2009. – Вип. 34. – С. 44-51.
3. Надутый В.П., Остапенко В.А., Сухарев В.В. Оценка распределения сил при защемлении измельчаемой частицы в конусной валковой мельнице / Сб. науч. тр. НГУ. – Днепропетровск, год. – Вип. 33. – С. 35-41.